

Composition harmonisée du premier semestre : Epreuve de Mathématiques

NB : La qualité de la rédaction, la clarté et la rigueur dans le raisonnement seront prises en compte pour une grande partie dans l'appréciation des réponses données.

EXERCICE 1 :**(08 Points)**

1) On considère le système (S) défini par :

$$(S) \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - y + z = 2 \\ 4x - 2y + z = 31 \end{cases} ;$$

a) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) par la méthode du pivot de Gauss. **(1, 5pts)**

b) Soit P le polynôme défini par : $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels.

Montrer que les réels a, b et c sont solutions du système (S) sachant que :

$$P(1) = 12 ; P(-1) = 0 \text{ et } P(-2) = 15. \quad \textbf{(1pt)}$$

c) En déduire l'expression du polynôme $P(x)$. **(0.5pt)**

d) Factoriser complètement $P(x)$. **(1pt)**

e) Résoudre dans \mathbb{R} : $P(x^2) = 0 ; P(|x - 2|) = 0$ **(0.5pt+0.5pt)**

2) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant : $\begin{cases} 2x - 3y - 5 < 0 \\ -3x + 2y + 1 > 0 \end{cases}$ **(1.5pt)**

3) On considère le polynôme : $g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$ admettant trois racines a, b et c . Sans calculer les racines, déterminer $A = a+b+c$; $B = abc$; $C = ab + bc + ac$ et $D = a^2 + b^2 + c^2$. **(1.5pt)**

EXERCICE 2 :**(08 Points)**

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = -x + 1$ **(1pt)**

b) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{x^2 - x - 6}$ **(1pt)**

c) $\sqrt{-2x^2 + x + 1} < x - 5$ **(1pt)**

d) $\sqrt{x^2 + 3x - 2} \geq -x + 3$ **(1.5pt)**

2) On considère l'équation $(E_m) : (m-3)x^2 - 2(m+2)x + m - 5 = 0$.

a. Discuter suivant les valeurs de m les solutions de (E_m) . **(0.5pt+1pts)**

b. Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet-elle

• Deux solutions positives ? **(0.75pt)**

• Deux solutions opposées ? **(0.75pt)**

c. On suppose que l'équation (E_m) admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 . Déterminer m tel que $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$ **(0.5pt)**

EXERCICE 3 :**(04 Points)**

Soit (C) un cercle de centre I et B un point de (C) .

1. Placer les points C, D, E et F sur le cercle (C) tels que :

$$(\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IC}) = \frac{\pi}{6}; (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{ID}) = \frac{3\pi}{4}; (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IE}) = \frac{5\pi}{6} \text{ et } (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IF}) = \frac{-3\pi}{4}. \quad \textbf{(4} \times \textbf{0.5pt)}$$

2. Déterminer une mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{IC}; \overrightarrow{IE}); (\overrightarrow{ID}; \overrightarrow{IF}); (\overrightarrow{IF}; \overrightarrow{IC}) \text{ et } (\overrightarrow{IF}; \overrightarrow{IE}). \quad \textbf{(4} \times \textbf{0.5pt) BONNE CHANCE !!!}$$