

Composition harmonisée du premier semestre : Epreuve de Mathématiques

**NB :** La qualité de la rédaction, la clarté et la rigueur dans le raisonnement seront prises en compte pour une grande partie dans l'appréciation des réponses données.

**EXERCICE 1 :****(08 Points)**

1) On considère le système (S) défini par :

$$(S) \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x - y + z = 2 \\ 4x - 2y + z = 31 \end{cases} ;$$

a) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système (S) par la méthode du pivot de Gauss. **(1, 5pts)**

b) Soit  $P$  le polynôme défini par :  $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels.

Montrer que les réels  $a, b$  et  $c$  sont solutions du système (S) sachant que :

$$P(1) = 12 ; P(-1) = 0 \text{ et } P(-2) = 15. \quad \textbf{(1pt)}$$

c) En déduire l'expression du polynôme  $P(x)$ . **(0.5pt)**

d) Factoriser complètement  $P(x)$ . **(1pt)**

e) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $P(x^2) = 0$  ;  $P(|x - 2|) = 0$  **(0.5pt+0.5pt)**

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  le système suivant :  $\begin{cases} 2x - 3y - 5 < 0 \\ -3x + 2y + 1 > 0 \end{cases}$  **(1.5pt)**

3) On considère le polynôme :  $g(x) = x^3 - 3x^2 - 13x + 15$  admettant trois racines  $a, b$  et  $c$ . Sans calculer les racines, déterminer  $A = a+b+c$  ;  $B = abc$  ;  $C = ab + bc + ac$  et  $D = a^2 + b^2 + c^2$ . **(1.5pt)**

**EXERCICE 2 :****(08 Points)**

1) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes :

a)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = -x + 1$  **(1pt)**

b)  $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{x^2 - x - 6}$  **(1pt)**

c)  $\sqrt{-2x^2 + x + 1} < x - 5$  **(1pt)**

d)  $\sqrt{x^2 + 3x - 2} \geq -x + 3$  **(1.5pt)**

2) On considère l'équation  $(E_m) : (m-3)x^2 - 2(m+2)x + m - 5 = 0$ .

a. Discuter suivant les valeurs de  $m$  les solutions de  $(E_m)$ . **(0.5pt+1pts)**

b. Pour quelles valeurs de  $m$  l'équation  $(E_m)$  admet-elle

• Deux solutions positives ? **(0.75pt)**

• Deux solutions opposées ? **(0.75pt)**

c. On suppose que l'équation  $(E_m)$  admet deux solutions distinctes  $x_1$  et  $x_2$ . Déterminer  $m$  tel que  $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$  **(0.5pt)**

**EXERCICE 3 :****(04 Points)**

Soit  $(C)$  un cercle de centre  $I$  et  $B$  un point de  $(C)$ .

1. Placer les points  $C, D, E$  et  $F$  sur le cercle  $(C)$  tels que :

$$(\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IC}) = \frac{\pi}{6} ; (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{ID}) = \frac{3\pi}{4} ; (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IE}) = \frac{5\pi}{6} \text{ et } (\overrightarrow{IB}; \overrightarrow{IF}) = \frac{-3\pi}{4}. \quad \textbf{(4} \times \textbf{0.5pt)}$$

2. Déterminer une mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$$(\overrightarrow{IC}; \overrightarrow{IE}) ; (\overrightarrow{ID}; \overrightarrow{IF}) ; (\overrightarrow{IF}; \overrightarrow{IC}) \text{ et } (\overrightarrow{IF}; \overrightarrow{IE}). \quad \textbf{(4} \times \textbf{0.5pt)} \quad \textbf{BONNE CHANCE !!!}$$